ক্লাস পরিচালনায়

মোঃ ফারুকুজ্জামান

ইন্সট্রাক্টর (টেক/আরএসি)

সাতক্ষীরা পলিটেকনিক ইন্সিটিটিউট

সাতক্ষীরা

বিষয়ঃ ইঞ্জিনিয়ারিং মেকানিক্স

(Engineering Mechanics)

বিষয় কোডঃ 27041

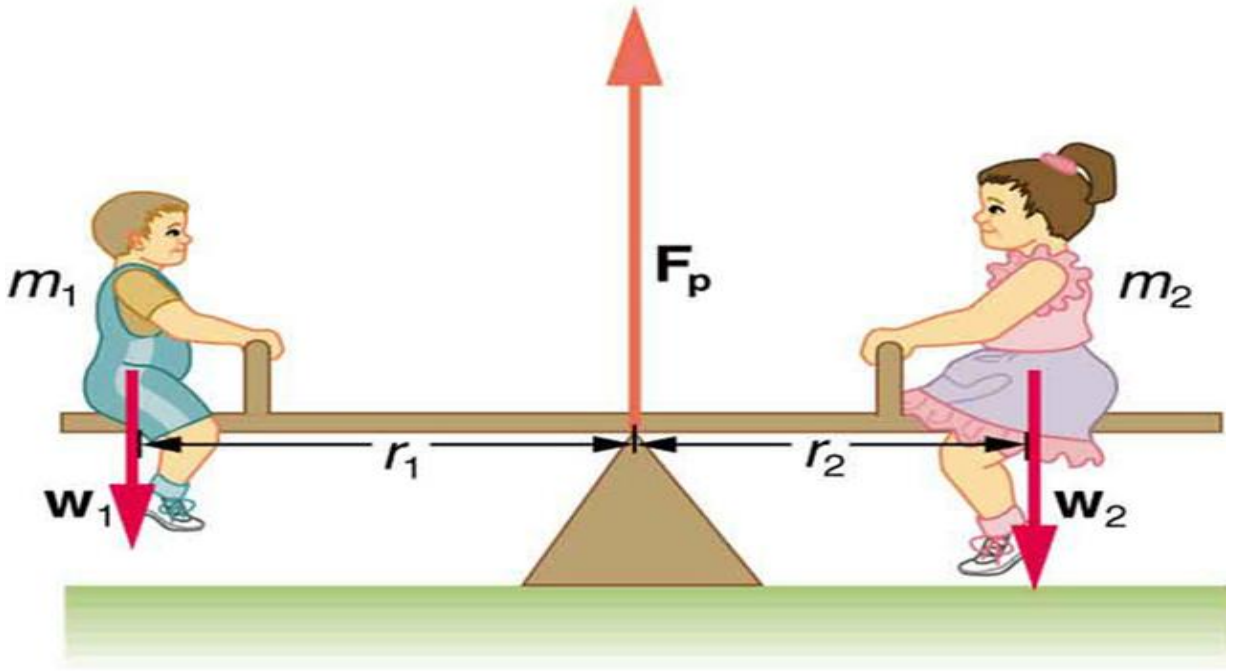
পর্ব: ৪র্থ

টেকনোলজি: আরএসি

অধ্যায়-৪

বলের সাম্যাবস্থা

(Equilibrium of Force)



আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

১। বলের সাম্যাবস্থা এর সংগা

২। বলের সাম্যাবস্থার নীতিসমূহ

৩। ল্যামির সূত্র

৪। ল্যামির সূত্রের প্রতিপাদন

৫। সমতলীয় বলের সাম্যাবস্থা নির্ণয় পদ্ধতি

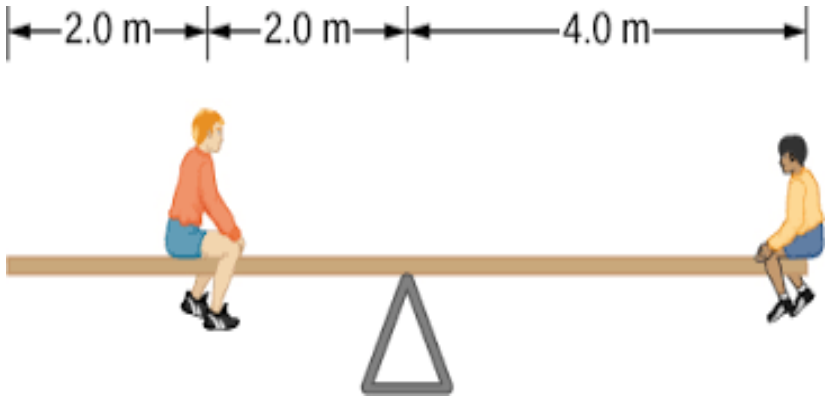
৬। বলের সাম্যাবস্থার শর্ত

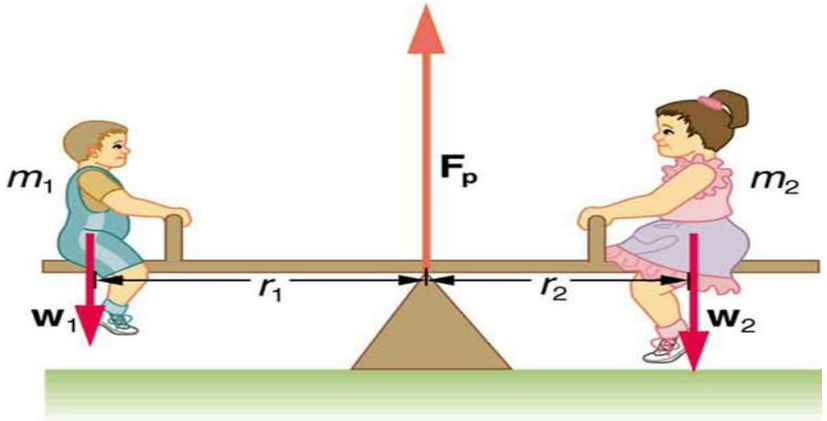
৭। সাম্যাবস্থার প্রকারভেদ

৮। গানিতিক সমস্যা সমাধান

বলের সাম্যাবস্থা এর সংগা

কোন বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বলগুলোর লব্ধি শূন্য হলে এই অবস্থাকে বলের সাম্যাবস্থা বলে ।



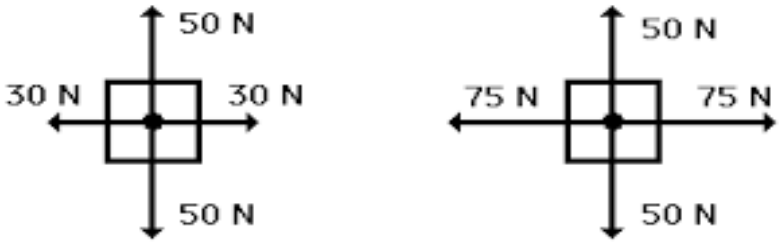


বলের সাম্যাবস্থার শর্ত

১) বলগুলোর আনুভূমিক উপাংশের বীজগাণিতিক যোগফল শূন্য অর্থ্যাৎ $\sum F_X = 0$

২) বলগুলোর উলম্ব উপাংশের বীজগাণিতিক যোগফল শূন্য অর্থ্যাৎ $\sum F_Y = 0$

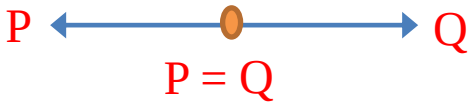
৩) বলের মোমেন্টের বীজগাণিতিক যোগফল শূন্য অর্থ্যাৎ $\sum M = 0$



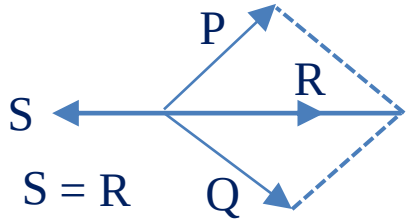
These two objects are at equilibrium since the forces are balanced. However, the forces are not equal.

বলের সাম্যাবস্থার নীতি

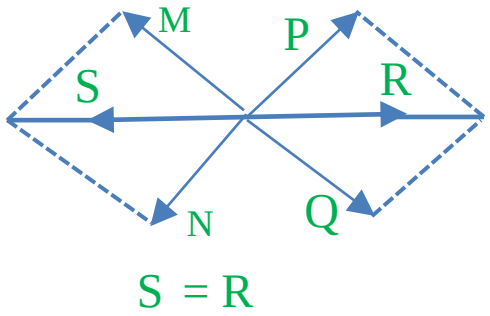
বলের সাম্যাবস্থা তিনটি নীতিমালা অনুসরণ করে ।



১) দ্বি-বল নীতিঃ দুইটি বল সাম্যাবস্থায় থাকবে যদি বল দুটির মান পরস্পর সমান ও বিপরীতমুখী হয় এবং একই লাইনে ক্রিয়াশীল হয়।



২) ত্রি-বল নীতিঃ তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকবে যদি যে কোন দুটি বলের লব্ধি তৃত্বীয় বলের সমান ও বিপরীতমুখী হয় এবং একই লাইনে কাজ করে ।

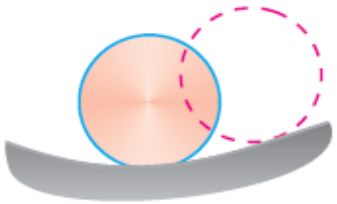


৩) চার-বল নীতিঃ চারটি বল সাম্যাবস্থায় থাকবে যদি যে কোন দুটি বলের লব্ধি অপর দুটি বলের লব্ধির সমান ও বিপরীতমুখী হয় এবং একই লাইনে কাজ করে ।

বলের সাম্যাবস্থার প্রকারভেদ

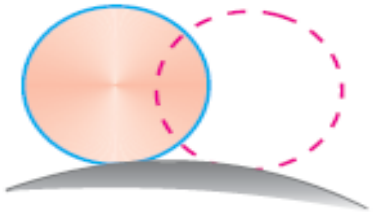
বলের সাম্যাবস্থা তিন প্রকার । যথাঃ

১) স্থায়ী (Stable) সাম্যাবস্থাঃ কোন বস্তু স্থির অবস্থান হতে বিচ্যুতির পর পূর্ব অবস্থানে ফিরে আসলে তাকে স্থায়ী সাম্যাবস্থা বলে ।



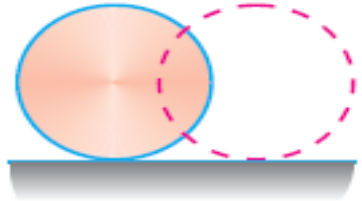
(*a*) Stable

২) অস্থায়ী (Unstable) সাম্যাবস্থাঃ কোন বস্তু স্থির অবস্থান হতে বিচ্যুতির পর পূর্ব অবস্থানে ফিরে না এসে আরো দূরে গেলে তাকে অস্থায়ী সাম্যাবস্থা বলে ।



(b) Unstable

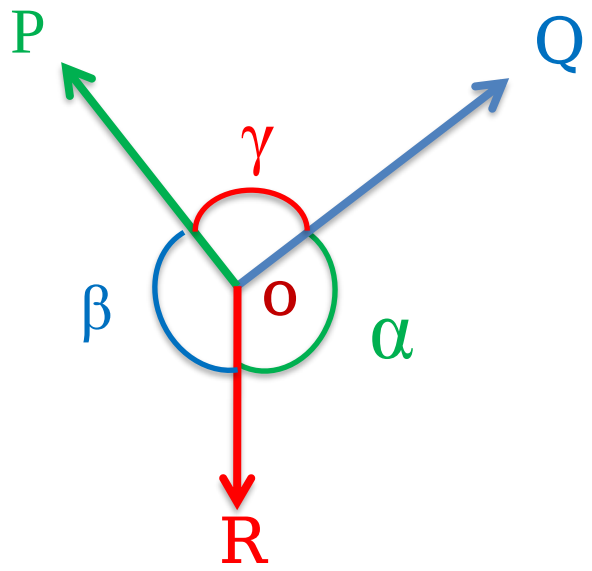
৩) নিরপেক্ষ (Neutral) সাম্যাবস্থাঃ কোন বস্তু স্থির অবস্থান হতে বিচ্যুতির পর নতুন অবস্থানে স্থির থাকলে তাকে নিরপেক্ষ সাম্যাবস্থা বলে ।



(*c*) Neutral

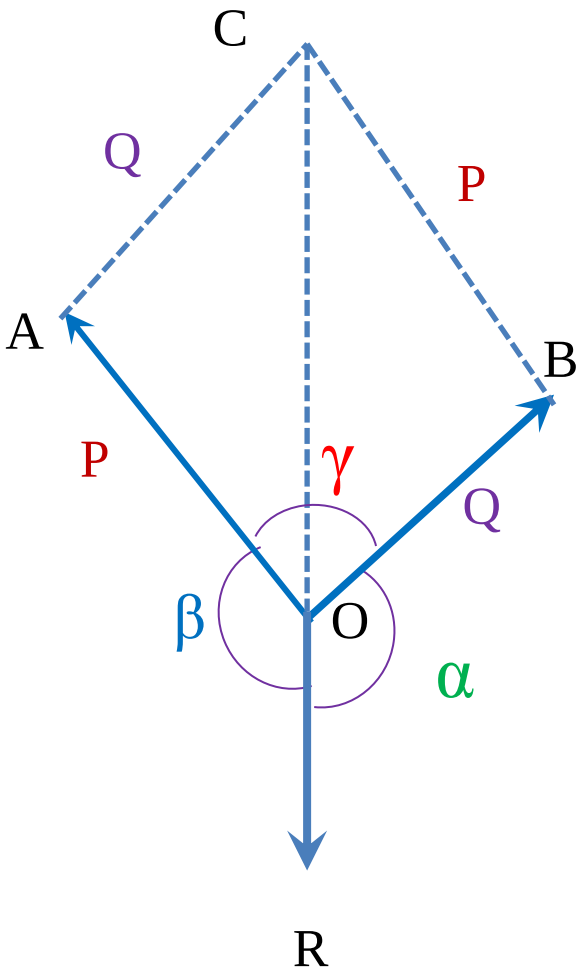
ল্যামির সূত্র

“যদি তিনটি বল একই বিন্দুতে ক্রিয়া করে এবং সাম্যাবস্থায় থাকে তবে প্রতিটি বল অপর দুইটি বলের অন্তর্ভূক্ত কোণের সাইন এর সমানুপাতিক ।”



$$\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$$

মনে করি, P, Q ও R সমতলীয় বল তিনটি O বিন্দুতে α, β ও γ কোণে সাম্যাবস্থায় ক্রিয়ারত। OACB সামান্তরিক অংকন করি । OC কর্ণ P ও Qবলের লব্ধির মান নির্দেশ করে । R বলের ক্রিয়ারেখা OC লব্ধি বলের সমান।



OA=BC= P এবং OB=AC=Q

$\angle AOC = 180^o - \beta$

$\angle ACO = \angle BOC = 180^o - \alpha$

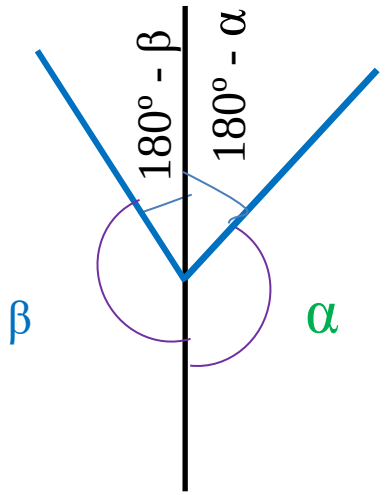
$\angle AOC + \angle ACO + \angle CAO = 180^o$

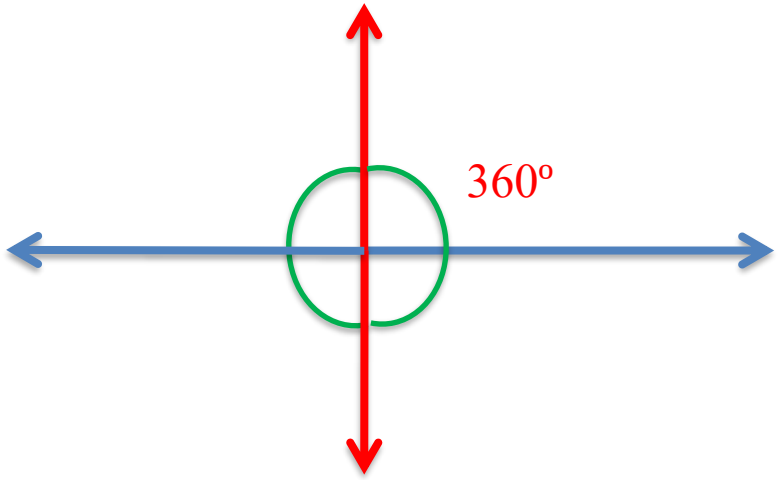
$\therefore \angle CAO = 180^o - (\angle AOC + \angle ACO)$

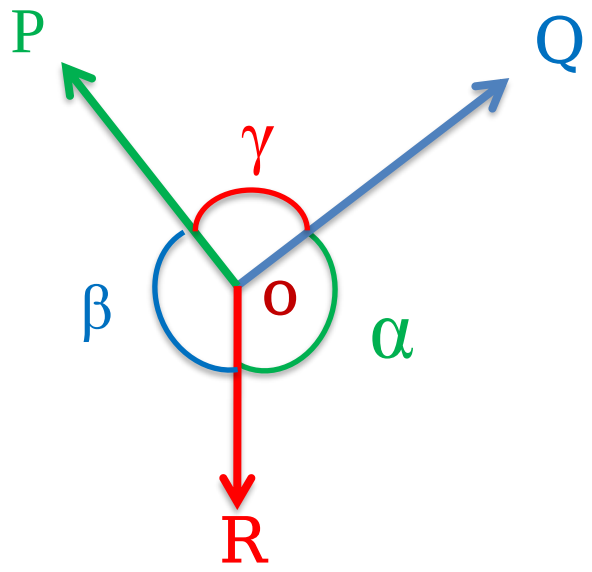
$= 180^o - [(180^o - \beta) + (180^o - \alpha)]$

$= 180^o - 180^o + \beta - 180^o + \alpha$

$= \alpha + \beta - 180^o$







$\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$

$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma - 180^\circ = 360^\circ - 180^\circ$ [উভয় পক্ষ হতে 180° বিয়োগ করে]

$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma - 180^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \alpha + \beta - 180^\circ = 180^\circ - \gamma$ [$\angle CAO = (\alpha + \beta - 180^\circ)$]

$\therefore \angle CAO = 180^\circ - \gamma$

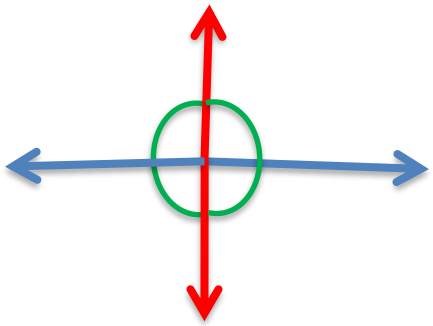
ত্রিভূজ AOC তে সাইন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

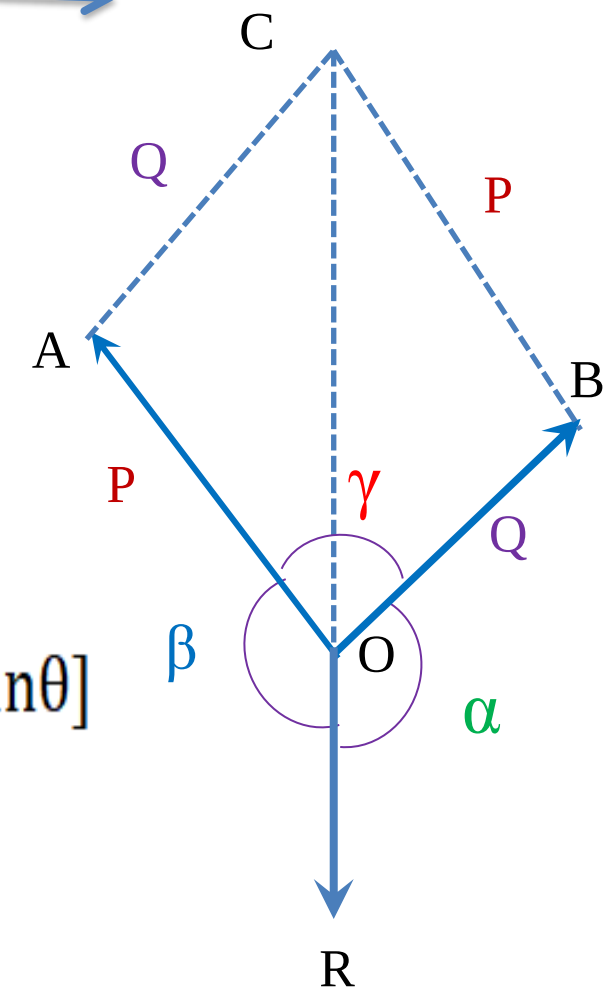
$$\frac{OA}{\text{Sin} < ACO} = \frac{AC}{\text{Sin} < AOC} = \frac{OC}{\text{Sin} < CAO}$$

$$\gg \frac{OA}{\text{Sin}(180° - \alpha)} = \frac{AC}{\text{Sin}(180° - \beta)} = \frac{OC}{\text{Sin}(180° - \gamma)}$$

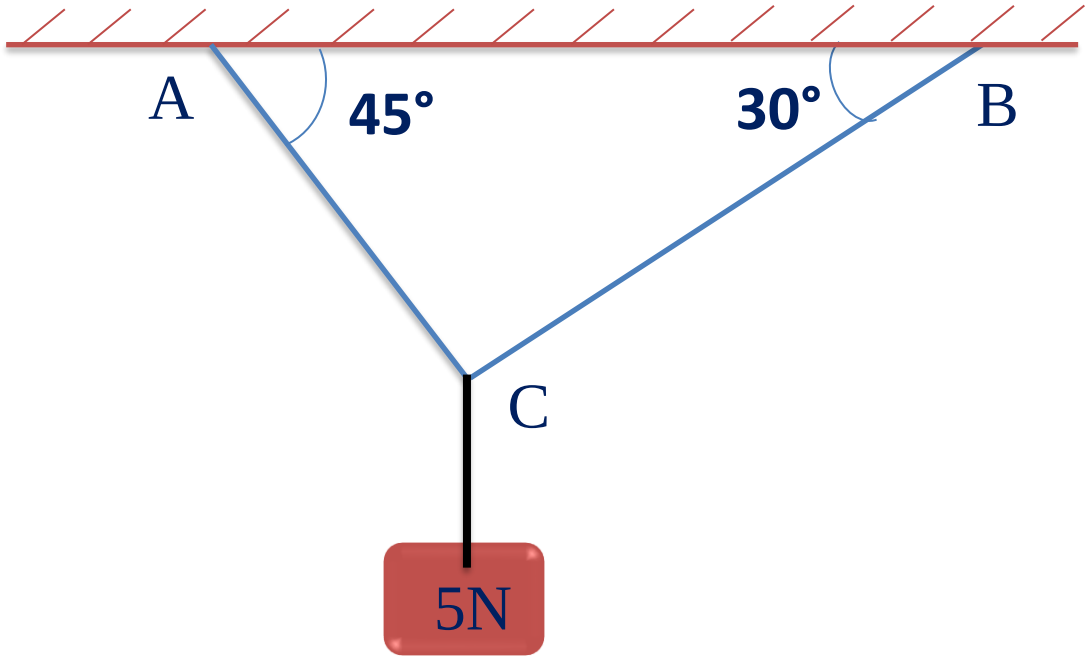
$$\therefore \frac{P}{\text{Sin}\alpha} = \frac{Q}{\text{Sin}\beta} = \frac{R}{\text{Sin}\gamma} \text{ (প্রমানিত)}$$

$[\text{Sin}(180° - \theta) = \text{Sin}\theta]$





চিত্রে 5N ওজনের একটি বক্স AC ও BC তার দিয়ে ঝুলানো আছে। তার দুটির টান নির্ণয় কর।



ল্যামির সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$$

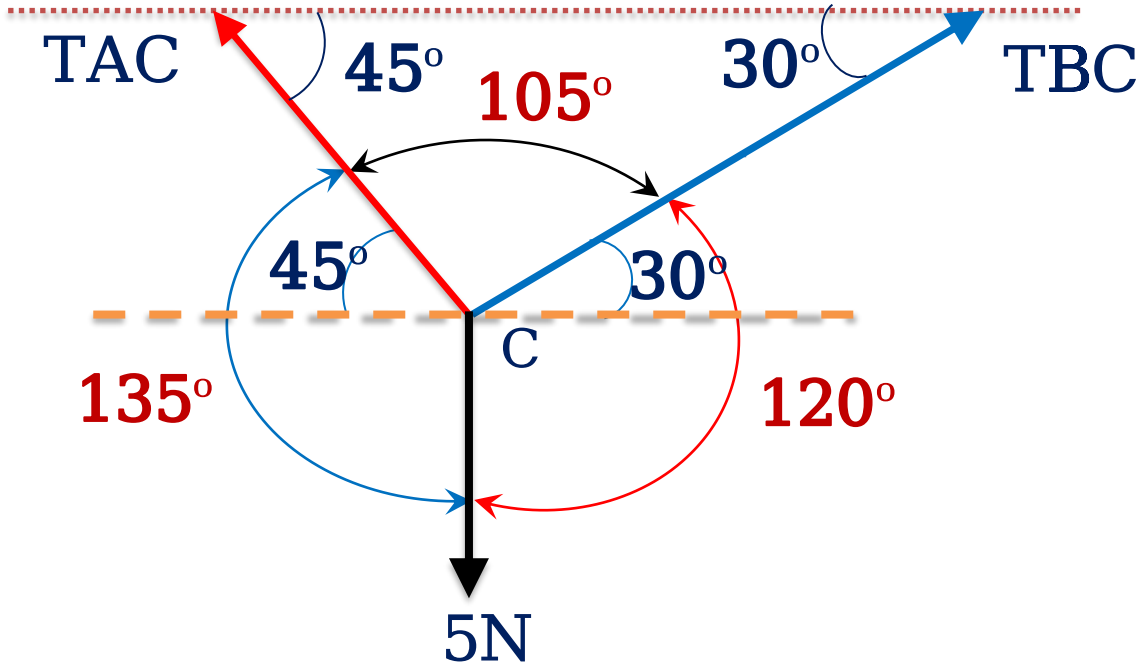
$$\Rightarrow \frac{T_{AC}}{\text{Sin } 120^o} = \frac{T_{BC}}{\text{Sin } 135^o} = \frac{5}{\text{Sin } 105^o}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{AC}}{\text{Sin } 120^o} = \frac{5}{\text{Sin } 105^o}$$

$$\Rightarrow T_{AC} = \frac{5 \times \text{Sin } 120^o}{\text{Sin } 105^o}$$

$\therefore T_{AC} = 4.48$ N

F.B.D

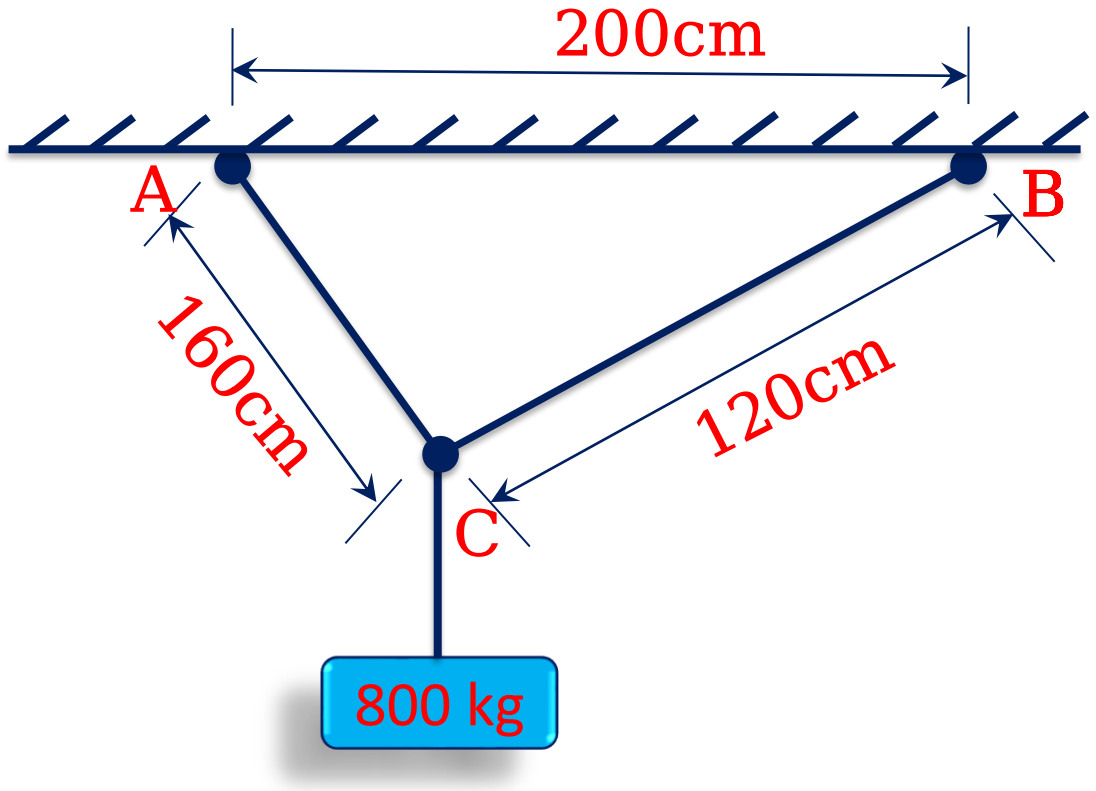


আবার, $\frac{T_{BC}}{\text{Sin } 135^o} = \frac{5}{\text{Sin } 105^o}$

$$\Rightarrow T_{BC} = \frac{5 \times \text{Sin } 135^o}{\text{Sin } 105^o}$$

$\therefore T_{BC} = 3.66$ N

চিত্রে 800 kg ওজনের একটি বক্স AC ও BC তার দিয়ে ঝুলানো আছে। তার দুটির টান নির্ণয় কর।



$$\text{Cos}A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2.b.c}$$

$$\Rightarrow \text{Cos}A = \frac{160^2 + 200^2 - 120^2}{2.160.200}$$

$$\Rightarrow A = \cos^{-1}(0.8)$$

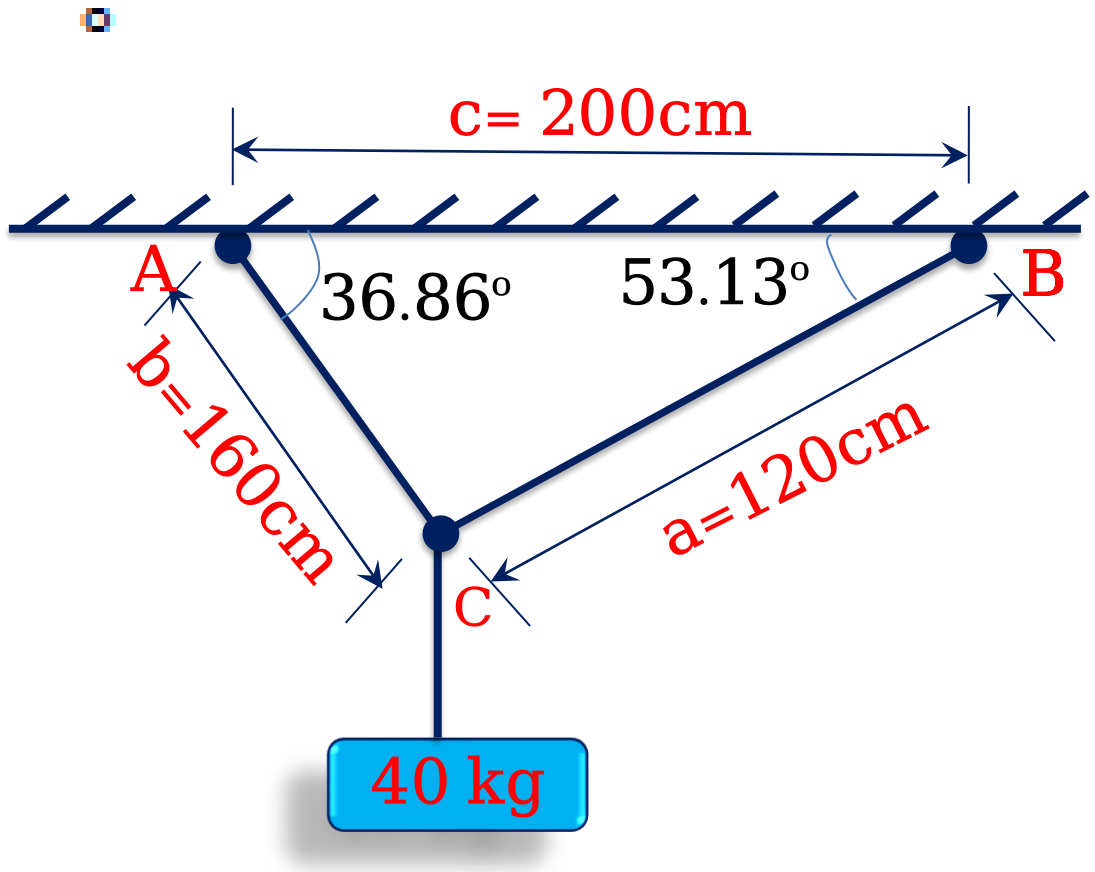
$$\therefore A = 36.86^\circ$$

আবার, $\text{Cos}B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2.a.c}$

$$\Rightarrow \text{Cos}B = \frac{120^2 + 200^2 - 160^2}{2.120.200}$$

$$\Rightarrow B = \cos^{-1}(0.6)$$

$$\therefore B = 53.13^\circ$$

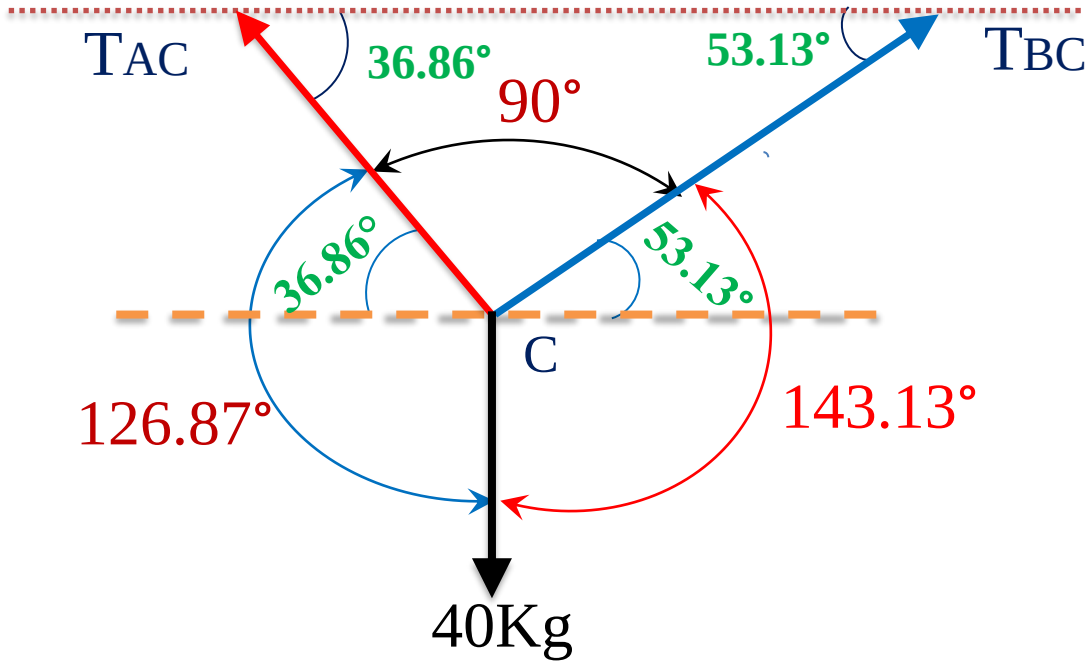


A+B+C=360°

$$\Rightarrow 36.86° + 53.13° + C = 360°$$

$$\therefore C = 90°$$

F.B.D



ল্যামির সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{AC}}{\sin 143.13^\circ} = \frac{T_{BC}}{\sin 126.87^\circ} = \frac{40}{\sin 90^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{AC}}{\sin 143.13^\circ} = \frac{40}{\sin 90^\circ}$$

$$\Rightarrow T_{AC} = \frac{40 \times \sin 143.13^\circ}{\sin 90^\circ}$$

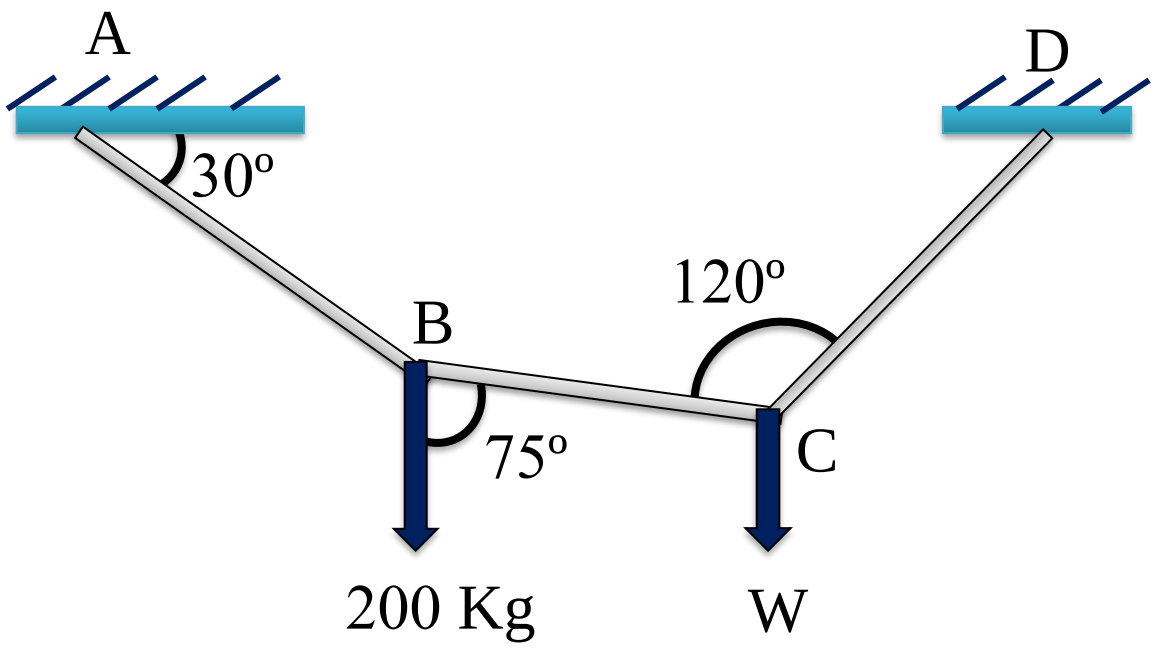
$\therefore T_{AC} = 24$ Kg

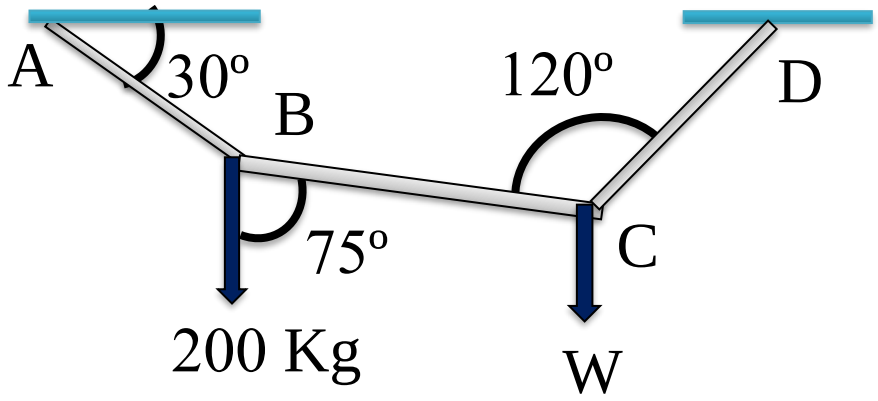
আবার, $\frac{T_{BC}}{\sin 126.87^\circ} = \frac{40}{\sin 90^\circ}$

$$\Rightarrow T_{BC} = \frac{40 \times \sin 126.87^\circ}{\sin 90^\circ}$$

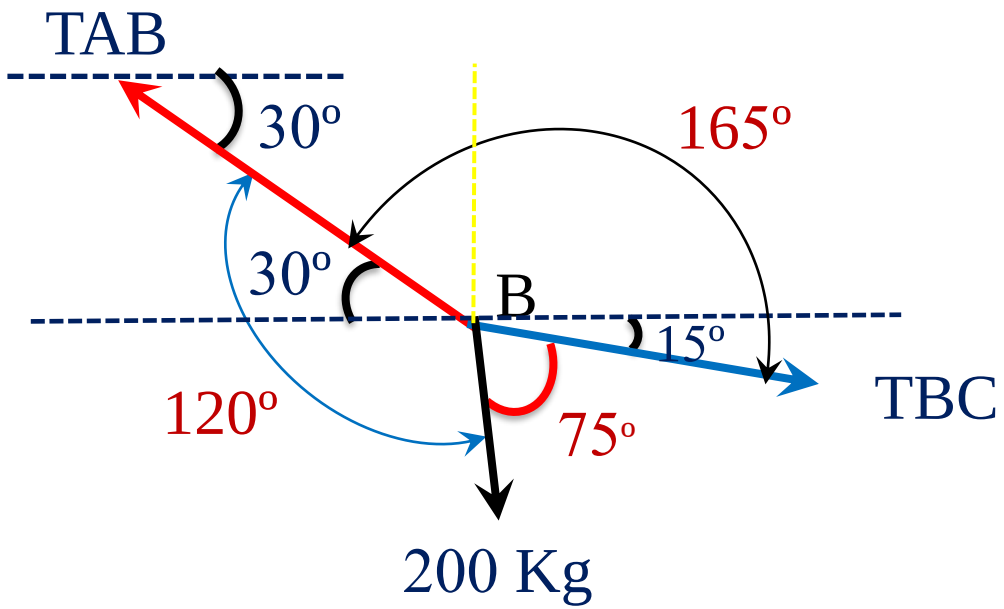
$\therefore$ TBC= 32 Kg

চিত্রে বল ব্যবস্থাটি সাম্যাবস্থায় আছে। AB,BC এবং CD রশি বরাবর বলের পরিমাণ এবং W নির্ণয় কর ।





F.B.D of Joint B



B বিন্দুতে ল্যামির সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{T_{AB}}{\text{Sin } 75^\circ} = \frac{T_{BC}}{\text{Sin } 120^\circ} = \frac{200}{\text{Sin } 165^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{AB}}{\text{Sin } 75^\circ} = \frac{200}{\text{Sin } 165^\circ}$$

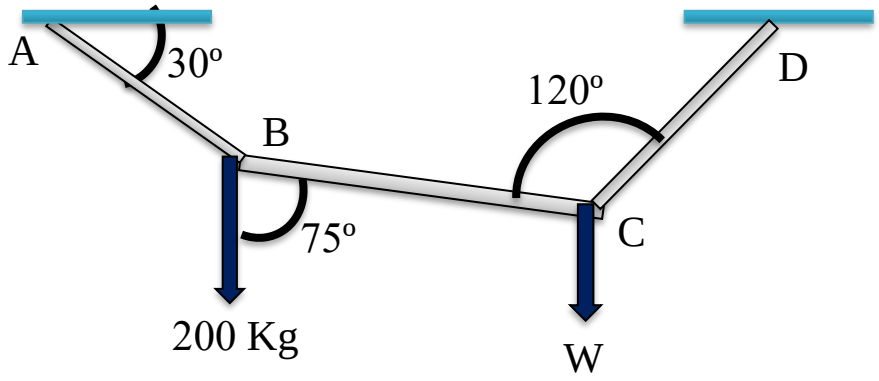
$$\Rightarrow T_{AB} = \frac{200 \times \text{Sin } 75^\circ}{\text{Sin } 165^\circ}$$

$$\Rightarrow T_{AB} = 746.41 \text{ Kg}$$

আবার, $\frac{T_{BC}}{\text{Sin } 120^\circ} = \frac{200}{\text{Sin } 165^\circ}$

$$\Rightarrow T_{BC} = \frac{200 \times \text{Sin } 120^\circ}{\text{Sin } 165^\circ}$$

$$\Rightarrow T_{BC} = 669.21 \text{ Kg}$$



C বিন্দুতে ল্যামির সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

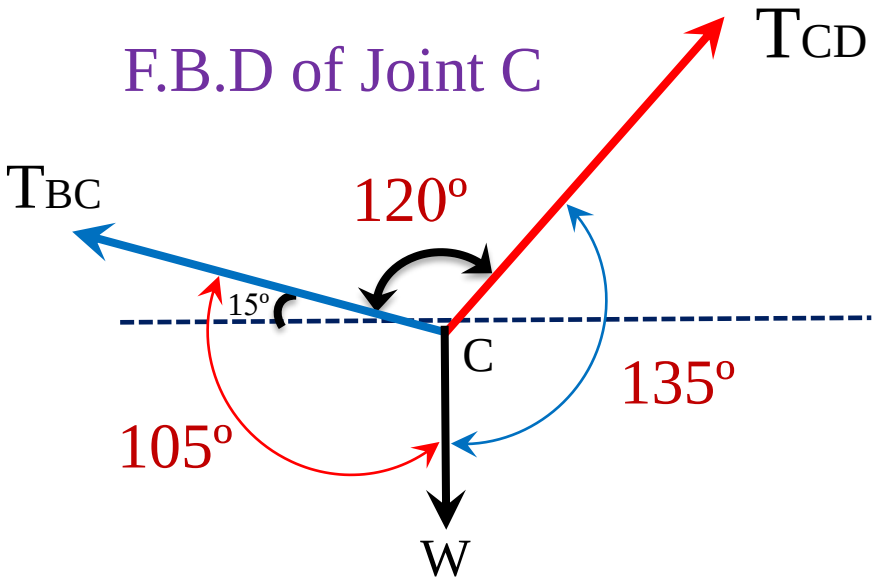
$$\frac{T_{BC}}{\text{Sin } 135^\circ} = \frac{T_{CD}}{\text{Sin } 105^\circ} = \frac{W}{\text{Sin } 120^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{669.21}{\text{Sin } 135^\circ} = \frac{T_{CD}}{\text{Sin } 105^\circ} = \frac{W}{\text{Sin } 120^\circ}$$

$$\Rightarrow T_{CD} = \frac{669.21 \times \text{Sin } 105^\circ}{\text{Sin } 135^\circ}$$

$$\therefore T_{CD} = 914.15 \text{ Kg}$$

F.B.D of Joint C

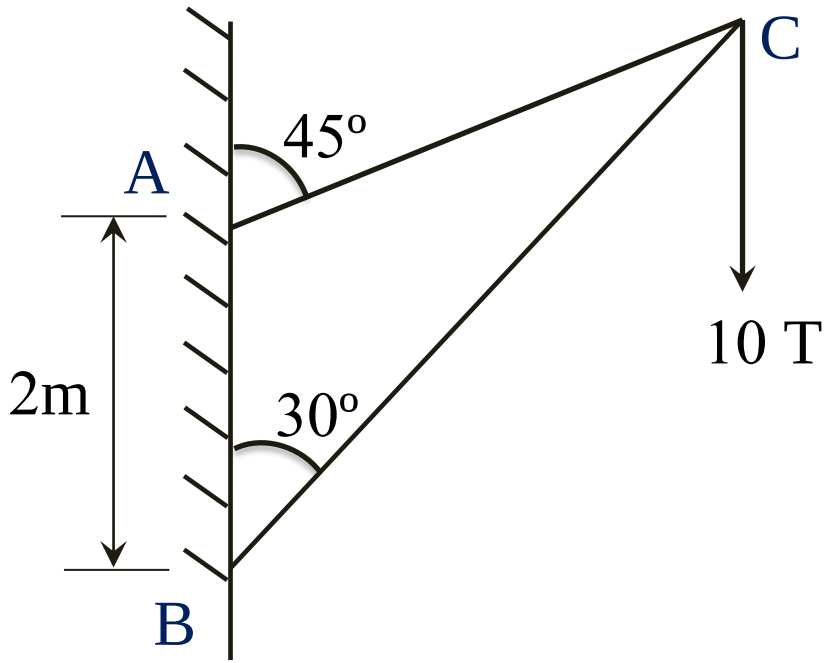


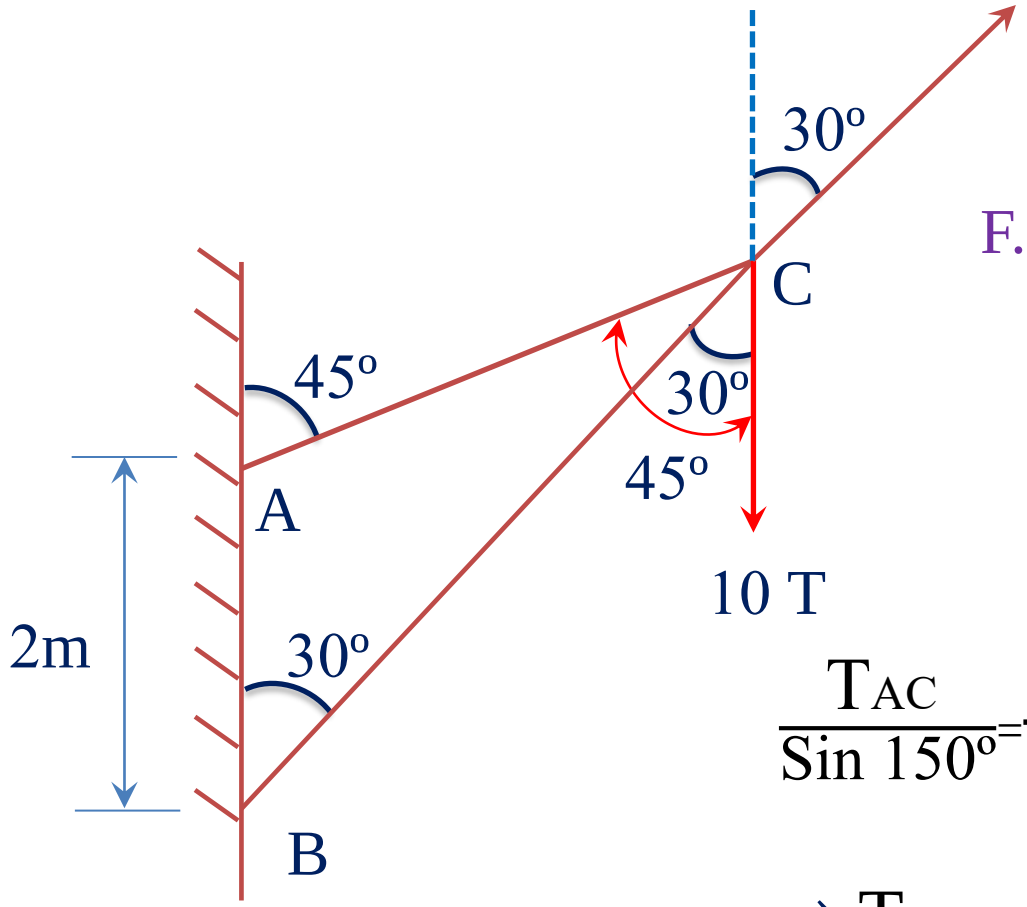
আবার, $\frac{W}{\text{Sin } 120^\circ} = \frac{669.21}{\text{Sin } 135^\circ}$

$$\Rightarrow W = \frac{669.21 \times \text{Sin } 120^\circ}{\text{Sin } 135^\circ}$$

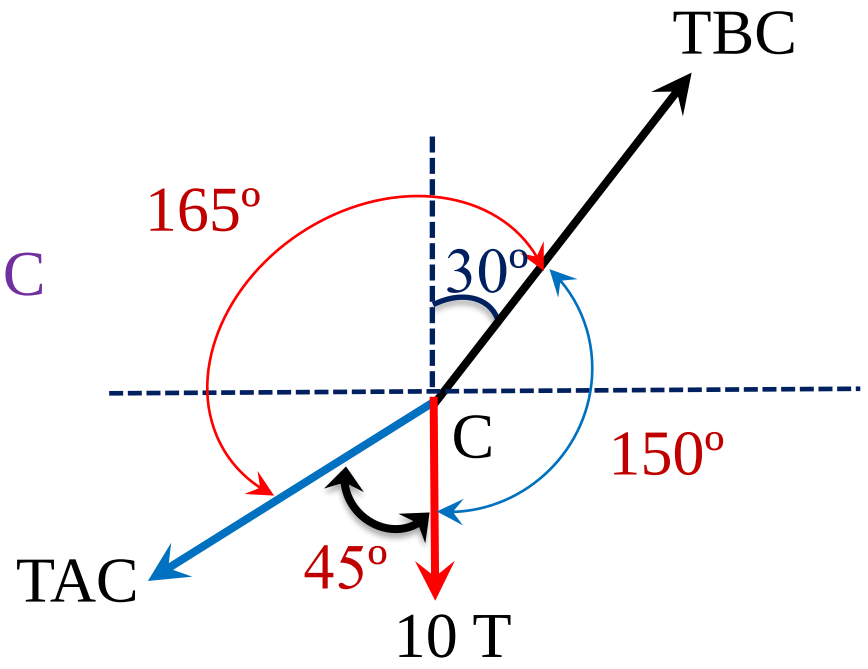
$$\therefore W = 819.61 \text{ Kg}$$

একটি জিব ক্রেনের সাহায্যে 10 টন ওজন উত্তোলন করতে ক্রেনের 2m লম্বা খুঁটির সাথে জিব এবং টাই রড নিচের চিত্রানুযায়ী যথাক্রমে 30° এবং 40° কোণে অবস্থিত হলে জিব এবং টাই রডের বলের পরিমাণ নির্ণয় কর ।





F.B.D at Joint C

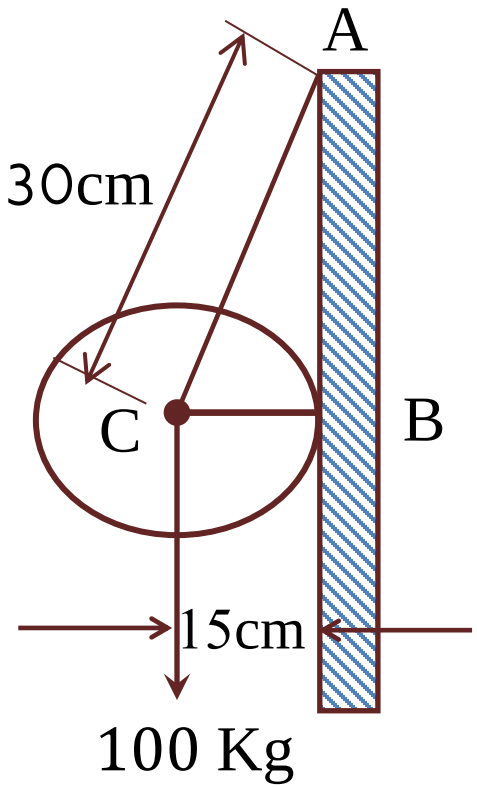


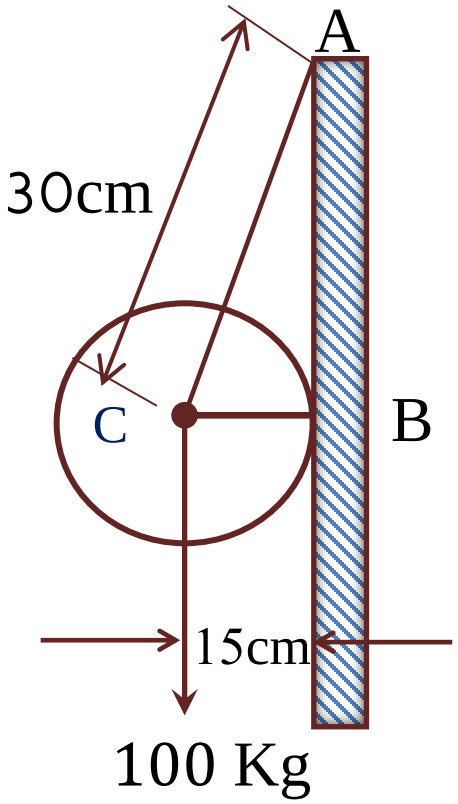
$$\frac{T_{AC}}{\text{Sin } 150^\circ} = \frac{T_{BC}}{\text{Sin } 45^\circ} = \frac{10}{\text{Sin } 165^\circ}$$

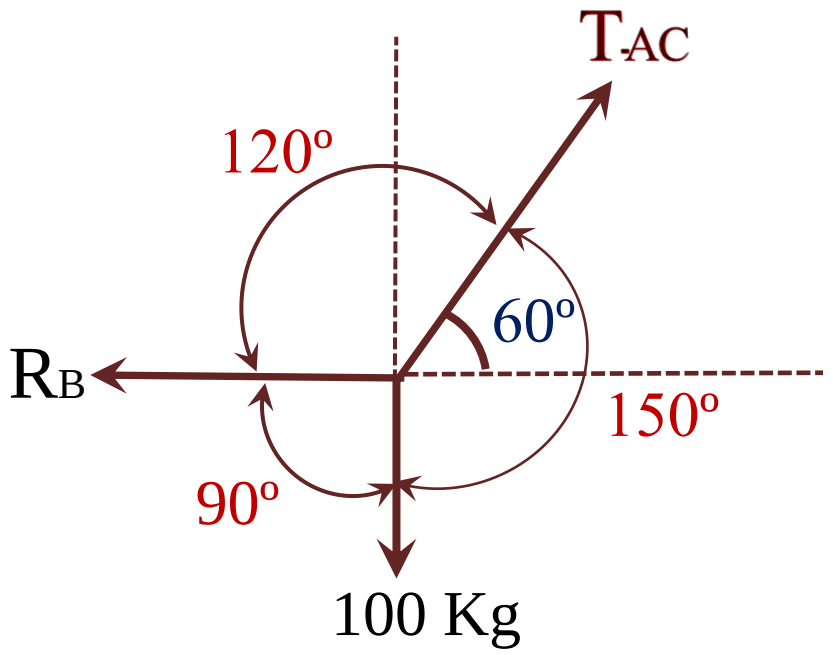
$$\Longrightarrow T_{AC} = \frac{10 \times \text{Sin } 150^\circ}{\text{Sin } 165^\circ} = 19.32 \text{ T}$$

$$\Longrightarrow T_{BC} = \frac{10 \times \text{Sin } 45^\circ}{\text{Sin } 165^\circ} = 27.32 \text{ T}$$

100 Kg ওজন বিশিষ্ট 15 cm ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার রোলার 30 cm লম্বা রশির সাহায্যে একটি খাড়া দেয়ালের সাথে ঝুলানো আছে। AC রশির টান এবং রোলার ও দেয়ালের স্পর্শ বিন্দু B-তে প্রতিক্রিয়া বল নির্ণয় কর।







$$\text{Cos}\,\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভূজ}} = \frac{15}{30}$$

$$\Rightarrow \theta = \text{Cos}^{-1}\frac{15}{30} = 60°$$

$$\frac{T_{AC}}{\text{Sin } 90°} = \frac{R_B}{\text{Sin } 150°} = \frac{100}{\text{Sin } 120°}$$

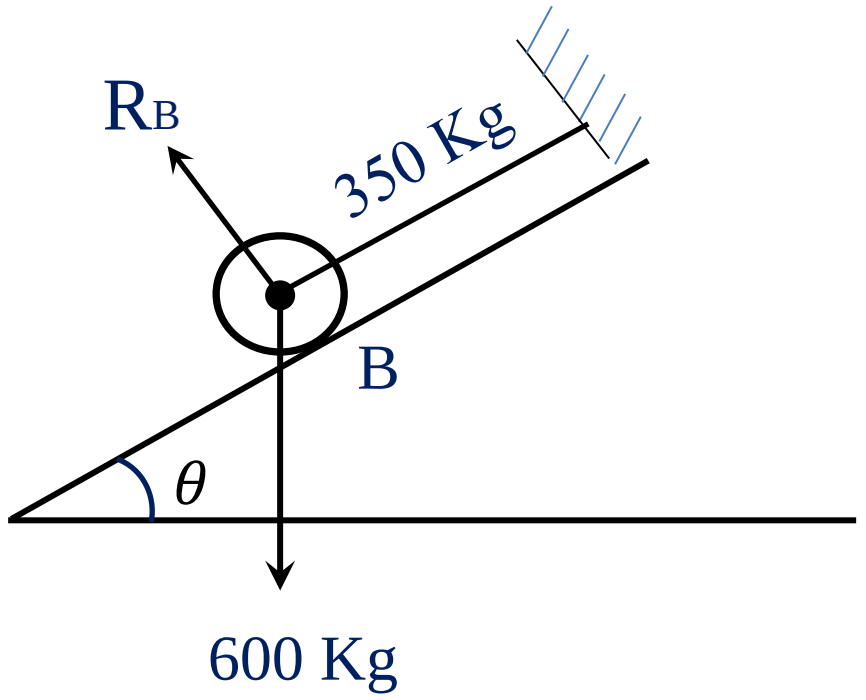
$$\Rightarrow T_{AC} = \frac{100 \times \text{Sin } 90°}{\text{Sin } 120°}$$

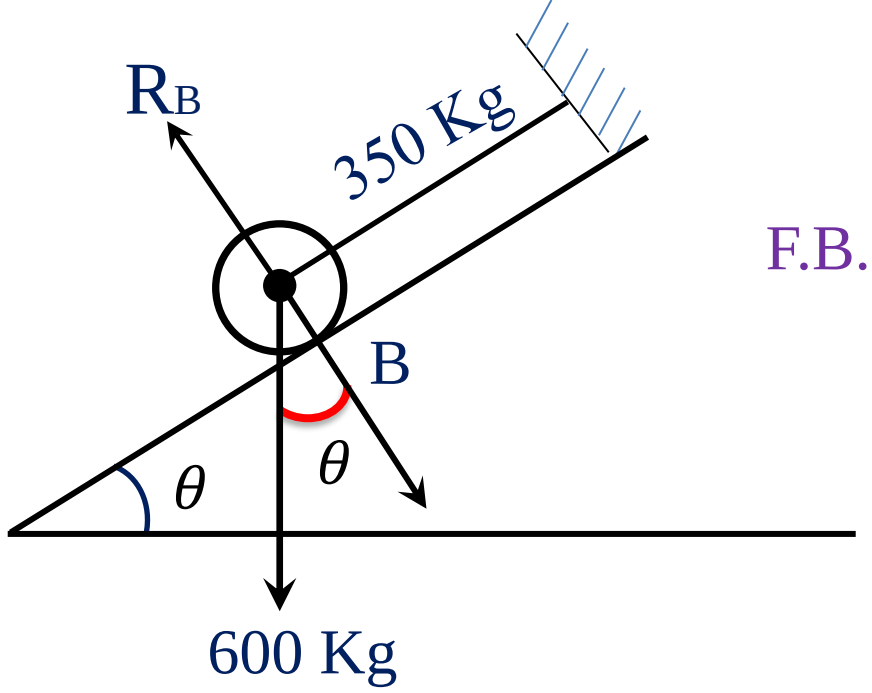
$$\therefore T_{AC} = 115.47 \text{ Kg}$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{100 \times \text{Sin } 150°}{\text{Sin } 120°}$$

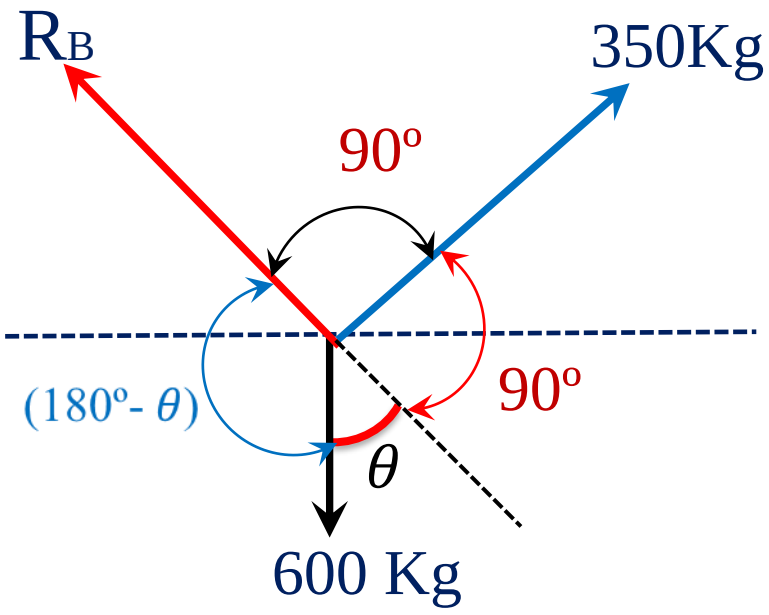
$$\therefore R_B = 57.74 \text{ Kg}$$

চিত্রে600 Kg ওজনেরএকটিগোলকএকটিহেলানোতলেরশিরসাহায্যেবাঁধাআছে । রশিতেটানাবলেরমান350Kg হলেθ ও B বিন্দুতেপ্রতিক্রিয়াবলেরমানকত ?





F.B.D of B



$$\frac{R_B}{\text{Sin}\,(90^\circ+\theta)}=\frac{350}{\text{Sin}\,(180^\circ-\theta)}=\frac{600}{\text{Sin}\,90^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{350}{\text{Sin}\,\theta}=\frac{600}{\text{Sin}\,90^\circ}$$

$$\Rightarrow \theta=\text{Sin}^{-1}\frac{\text{Sin}\,90^\circ\times 350}{600} \therefore \theta=35.68^\circ$$

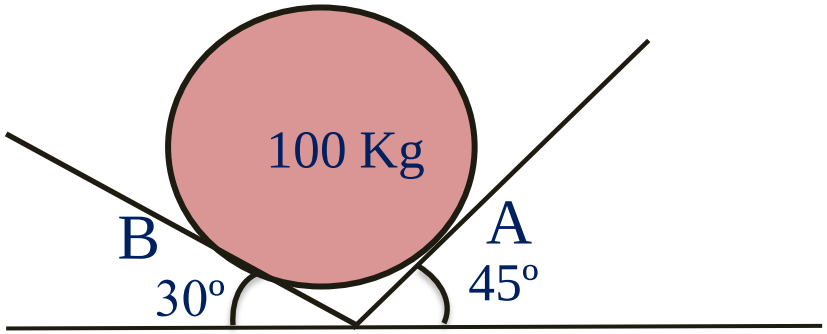
আবার, $$\frac{R_B}{\text{Sin}\,(90^\circ+\theta)}=\frac{600}{\text{Sin}\,90^\circ}$$

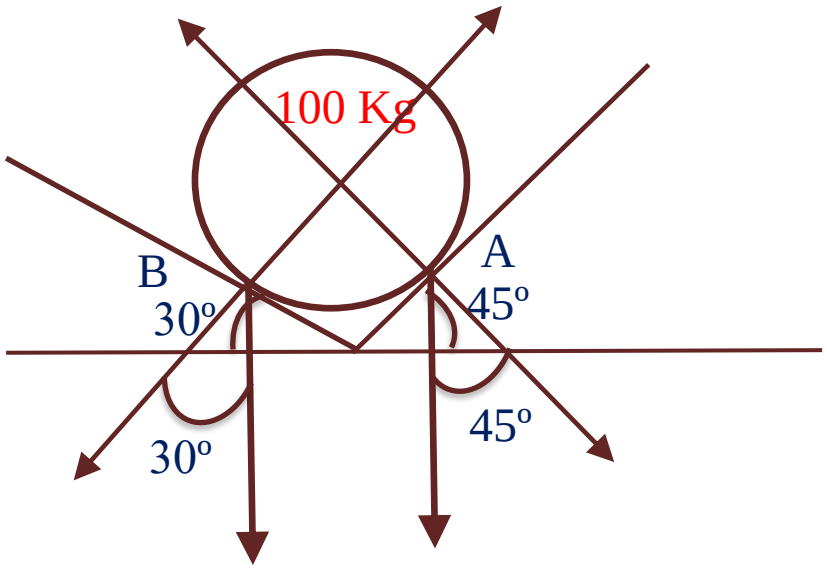
$$\Rightarrow \frac{R_B}{\text{Sin}\,(90^\circ+35.68^\circ)}=\frac{600}{\text{Sin}\,90^\circ}$$

$$\Rightarrow RB=\frac{600\times\text{Sin}\,(90^\circ+35.68^\circ)}{\text{Sin}\,90^\circ}$$

$$\therefore R_B=487.37\ \text{Kg}$$

চিত্রানুযায়ী A ও B বিন্দুতে প্রতিক্রিয়া বল নির্ণয় কর।

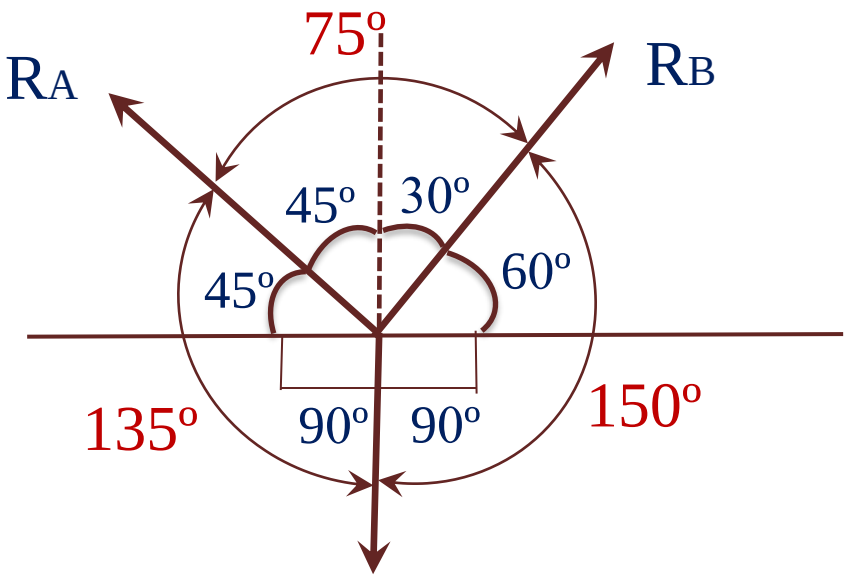




$$\frac{R_A}{\text{Sin } 150^\circ} = \frac{R_B}{\text{Sin } 135^\circ} = \frac{100}{\text{Sin } 75^\circ}$$

$$\Longrightarrow R_A = \frac{100 \times \text{Sin } 150^\circ}{\text{Sin } 75^\circ}$$

$$\therefore R_A = 73.21 \text{ Kg}$$



100 Kg

$$\Longrightarrow R_B = \frac{100 \times \text{Sin } 135^\circ}{\text{Sin } 75^\circ}$$

$$\therefore R_B = 51.76 \text{ Kg}$$

বাড়ির কাজ

- এই টপিক্স রিলেটেড বিগত পাঁচ সালের বা.কা.শি.বো. এর সমাপনী পরীক্ষার প্রশ্নের সমাধান করা ।

Thanks to all